

Факультет	<u>А</u> шифр	<u>Ракетно-космической техники</u> наименование
Кафедра	<u>А9</u> шифр	<u>Плазмогазодинамики и теплотехники</u> наименование
Дисциплина	<u>Энергетические установки</u>	

КУРСОВОЙ ПРОЕКТ
на тему
Обоснование перспективной схемы
воздушно-реактивного двигателя

Выполнил студент группы А9М41
Мурзина К.Э.

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ

Чернышов М.В.

Фамилия И.О.

Подпись

Оценка _____

« _____ » _____ 20 ____ г.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2018г.

СОДЕРЖАНИЕ

РЕФЕРАТ.....	4
НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ.....	5
СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	6
ВВЕДЕНИЕ.....	8
1 ВОЗДУХОЗАБОРНИКИ: ЗНАЧЕНИЕ, ТРЕБОВАНИЯ И ВИДЫ	10
1.1 ЗНАЧЕНИЕ ВОЗДУХОЗАБОРНИКОВ.....	10
1.2 СХЕМЫ ВОЗДУХОЗАБОРНИКОВ.....	12
2 ТРОЙНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ СКАЧКОВ УПЛОТНЕНИЯ	20
3 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ.....	22
3.1 СХЕМА ТЕЧЕНИЯ И СООТНОШЕНИЯ НА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ РАЗРЫВАХ.....	22
3.2 ОБЛАСТЬ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПРОСТОГО МАХОВСКОГО ОТРАЖЕНИЯ	23
3.3 ЦЕЛЕВЫЕ ФУНКЦИИ.....	25
3.4 КРИТИЧЕСКИ ВАЖНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ТЕЧЕНИЯ ЗА ЭЛЕМЕНТАМИ УДАРНО-ВОЛНОВОЙ СТРУКТУРЫ.....	26
3.5 МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОСТИ.....	29
4 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ В ANSYS FLUENT И РЕЗУЛЬТАТЫ...	31
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	34
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	35

РЕФЕРАТ

Пояснительная записка _____ стр., _____ рис., _____ табл., _____
источников, CD диск с презентацией

ОБОСНОВАНИЕ ПЕРСПЕКТИВНОЙ СХЕМЫ ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Целью курсового проекта является анализ ударно-волновых структур, возникающими в воздухозаборнике воздушно-реактивного двигателя.

В курсовом проекте анализируются соотношения температур и полных давлений за ударно-волновой структурой маховского отражения скачков уплотнения в сужающемся канале (например, на входе в сверхзвуковой воздухозаборник). Показано, что эти отношения могут достигать весьма высоких значений, что служит теоретическим обоснованием разрабатываемой схемы перспективного ВРД.

Основными задачами курсового проектирования являются:

1. Ознакомление с теорией ударно-волновых структур;
2. Аналитический обзор работ по тематике курсового проектирования;
3. Математическое описание исследуемого явления;
4. Проведение вычислительных экспериментов;
5. Анализ полученных результатов.

НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ

В настоящей пояснительной записке использованы ссылки на следующие стандарты:

ГОСТ 7.1—84 Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическое описание документа. Общие требования и правила составления

ГОСТ 8.417—81 Государственная система обеспечения единства измерений. Единицы физических величин

ГОСТ 7.32—2001 Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Отчет о научно-исследовательской работе. Структура и правила оформления

ГОСТ 7.54 Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Представление численных данных о свойствах веществ и материалов в научно-технических документах. Общие требования.

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

A, B, C — коэффициенты различных уравнений, зависящих только от показателя адиабаты газа;

a_i — скорость звука в потоке за i -м скачком уплотнения;

$C_{3\varepsilon}$ — константа, определяющая степень воздействия выталкивающей силы на ε ;

ε — удельная диссипация;

E_i — отношение плотности газа перед i -м скачком уплотнения к плотности за ним;

E — полная удельная энергия, Дж;

G_b — кинетическая энергия выталкивающей силы, Дж;

G_k — турбулентная кинетическая энергия, образованная от средних градиентов скорости, Дж;

H — полная энтальпия, Дж/кг;

I_i — коэффициент сохранения полного давления на i -м скачком уплотнения;

$I_f(I_{p0}, I_p, I_T)$ — отношения различных параметров течения на контактном разрыве, исходящем из тройной точки;

J_i — интенсивность i -го скачка (отношение статических давлений за скачком и перед ним);

k — кинетическая энергия турбулентности, Дж;

M — число Маха потока;

p — статическое давление потока перед тройной конфигурацией, Па;

p_i — статическое давление i -м скачком, Па;

p_0 — полное давление (давление торможения) потока газа перед тройной конфигурацией, Па;

q — тепловой поток, Вт/м²;

S — инвариант тензора деформаций;

T – универсальная абсолютная температура, К;

t – время, с;

u, v, w – компоненты вектора скорости, м/с;

V – объем газа, м³.

Греческие символы

β_i – угол поворота потока на i -м скачке уплотнения;

γ – показатель адиабаты;

σ_i – угол наклона i -го скачка к вектору скорости потока перед ним;

μ – масса газа, кг;

τ – тензор вязких напряжений;

τ_m и τ_t – молекулярная и турбулентная (полученная путем осреднения различных функционалов от мелкомасштабных пульсаций) компоненты тензора вязких напряжений

ρ – плотность, кг/м³

ν – удельный объем, м³/кг;

∇ – оператор Лапласа.

Список сокращений

ТВС – топливно-воздушная смесь;

ВРД – воздушно-реактивных двигателей;

ТК – тройные конфигурации;

ТКП – переходные тройные конфигурации;

СМК – стационарная маховская конфигурация.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время реактивные двигатели традиционных схем, работающие на химическом топливе, практически достигли предела своей эффективности. Для существенного увеличения тяги и повышения КПД необходима разработка принципиально новых схем.

Идея прямоточного детонационного воздушно-реактивного двигателя обсуждается в научной литературе на протяжении десятилетий [1-3]. Несмотря на теоретическую простоту устройства, его практическое функционирование затруднено образованием сложных ударно-волновых структур с различными температурами ТВС за их элементами. В результате детонирует только часть горючего за образующимися скачками уплотнения, имеющая наибольшую температуру [4, 5]. В частности, при маховском отражении температура потока за главным скачком заметно больше, чем за системой из падающего и отраженного скачков, в результате чего, как правило, детонирует только часть потока, расположенная за «маховской ножкой».

Как показывают исследования [6-8] сверхзвуковых входных диффузоров воздушно-реактивных двигателей, потери полного давления в потоке за падающим и отраженным скачками существенно меньше, чем за «маховским» скачком. Эта часть потока предпочтительна для последующего поступления в камеру сгорания ВРД.

Существенное (в несколько раз, а иногда – на порядок) различие полных давлений и температур газа за тройными конфигурациями (ТК) различного вида (в частности, образующихся при маховском отражении) обсуждалось в работах [9, 10]. Найденные в [11-14] экстремальные свойства ударно-волновых систем (последовательностей скачков уплотнения и волн разрежения) и структур (совокупностей скачков и волн, имеющих общую точку) использовались ранее для оптимизации формы обтекаемых тел [15], сверхзвуковых воздухозаборников [6-8, 11], в других практических приложениях аэрогазодинамики.

Исходя из отмеченных особых свойств образующихся ударно-волновых структур, предлагается концепция ВРД комбинированного типа – с детонацией ТВС за маховскими скачками тройных конфигураций и её «обычным» сгоранием в камере ВРД за системой из косых отраженных скачков.

1 ВОЗДУХОЗАБОРНИКИ: ЗНАЧЕНИЕ, ТРЕБОВАНИЯ И ВИДЫ

Одним из конструктивных элементов реактивного двигателя являются воздухозаборники.

В курсовом проекте рассматривается задача организации потока на входе в двигатель и обеспечения необходимого режима работы двигателя.

Выбор воздухозаборника сказывается на том, каким образом он будет спроектирован и выполнен.

Чтобы выбрать подходящую конструкцию, рассматривается назначение воздухозаборников, требования к ним и виды.

1.1 ЗНАЧЕНИЕ ВОЗДУХОЗАБОРНИКОВ

Основными параметрами, которые характеризуют двигатель как силовую установку самолета, являются тяга и удельный расход топлива. Данные параметры определяются на основании процессов внутри двигателя. С увеличением скорости полета остальные узлы и агрегаты оказывают на работу двигателя значительное влияние. Это в первую очередь относится к воздушному каналу, форма которого зависит не только от конструкции и назначения двигателя, но также и от его местоположения на планере. С увеличением скорости полета потери давления в воздушном канале увеличиваются. Из-за этого происходит уменьшение тяги двигателя и увеличение удельного расхода топлива. На рисунке 1 представлено возникновение неприсоединенного и присоединенного скачков уплотнения [22].

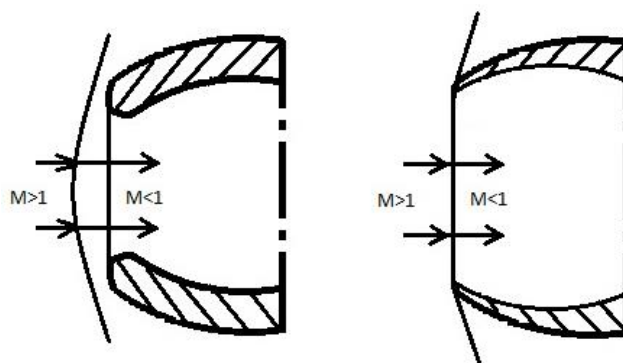


Рисунок 1.1 – Возникновение неприсоединенного и присоединенного скачков уплотнения перед воздухозаборниками с закругленной и острой входными кромками [22]

Таким образом, для самолета определяющими характеристики являются характеристики двигательной установки в целом, а не одного двигателя. Это утверждение в первую очередь относится к сверхзвуковым самолетам, так как различие между соответствующими характеристиками двигательной установки и двигателя возрастает с увеличением скорости полета. Характер и величины сил, создаваемых внутренним давлением, и сил трения, обусловленные вязкостью рабочего тела, определяются процессами, происходящими внутри двигателя. Силы же, действующие на внешние поверхности, определяются характером обтекания двигателя внешним потоком и зависят от местоположения и способа установки двигателя на планере, а также от скорости полета. Воздухозаборник и воздушный канал больше других элементов влияют на силу тяги, которую создаёт двигатель.

Они обеспечивают подвод воздуха, необходимого для нормальной работы двигателя, в требуемом количестве и с определенными скоростью и давлением. При малых скоростях полета сжатие воздуха перед камерой сгорания происходит главным образом в компрессоре. С ростом же скорости полета, а особенно после достижения сверхзвуковых скоростей, появилась возможность использования кинетической энергии потока для повышения давления воздуха, подводимого к двигателю. При таких скоростях роль воздухозаборника существенно возрастает, поскольку использование

кинетической энергии набегающего потока воздуха приводит к уменьшению расхода энергии на привод компрессора. Такое входное устройство является фактически предварительным бестурбинным компрессором.

В околозвуковых самолетах достаточно хорошо выполняет свою функцию воздухозаборник с постоянной геометрией с закругленной передней кромкой. Тщательное профилирование воздухозаборника обеспечивает малые потери, а также однородное поле скоростей потока перед компрессором. Однако при сверхзвуковой скорости перед таким воздухозаборником на расстоянии толщины ударного слоя образуется неприсоединенный прямой скачок уплотнения, за которым скорость уменьшается до дозвукового значения. Такому скачку сопутствует большое волновое сопротивление, поэтому воздухозаборники постоянной геометрии с закругленной передней кромкой могут использоваться только до $M < 1,14-1,2$.

Для сверхзвуковых самолетов потребовалось разработать воздухозаборники иной формы и иного принципа действия. Ввиду широкого диапазона эксплуатационных скоростей этих самолетов их воздухозаборники и воздушные каналы должны одинаково хорошо работать в разных условиях, обеспечивая как простой подвод воздуха при взлете, так и создание оптимальной системы скачков уплотнения в полете с максимальной скоростью. Таким образом, конструкция воздухозаборника зависит от скорости полета и расположения двигателя на планере, а также от формы и принципа действия входного устройства двигателя [22].

1.2 СХЕМЫ ВОЗДУХОЗАБОРНИКОВ

В построенных до настоящего времени сверхзвуковых самолетах нашли применение воздухозаборники:

1) центральные (лобовые), т.е. размещенные по оси симметрии самолета (или оси гондолы), либо боковые (по бокам фюзеляжа);

2) нерегулируемые либо регулируемые, т.е. воздухозаборники, внутренняя геометрия которых постоянна или может изменяться в зависимости от условий полета;

3) с внешней, внутренней или комбинированной компрессией, т.е. воздухозаборники, в которых сжатие воздуха путем преобразования кинетической энергии потока в статическое давление происходит соответственно перед воздухозаборником либо в воздушном канале;

4) плоские либо трехмерные, т.е. воздухозаборники, форма поперечных сечений которых близка к прямоугольной либо круглой (полукруглой, эллиптической и т.п.).

Центральные воздухозаборники в фюзеляже или в индивидуальных гондолах выполнены почти исключительно круглыми по форме поперечного сечения, и только в редких случаях использована овальная форма (F-100, «Дюрандаль» и др.) Преимуществом воздухозаборников двигателей, размещенных в гондолах, является их непосредственное соединение с компрессором, благодаря чему они имеют малую массу, малые потери давления и равномерное поле скоростей потока. В крейсерском полете со сверхзвуковыми скоростями для круглых воздухозаборников характерна, кроме того, постоянная система скачков уплотнения, соответствующая расчетным условиям работы.

К недостаткам круглых воздухозаборников относится снижение их эффективности с увеличением угла атаки, обусловленное изменением системы скачков уплотнения. В случае центральных фюзеляжных воздухозаборников воздушный канал оказывается длинным и сложным по форме, что требует значительного объема фюзеляжа и затрудняет размещение топлива, оборудования и т.п. Кроме того, такой воздухозаборник исключает возможность применения радиолокационной антенны большого диаметра, величина которого ограничена габаритами центрального тела, размещенного внутри входного устройства.

Недостаток надфюзеляжного и подфюзеляжного воздухозаборников состоит в снижении их эффективности при больших углах атаки (соответственно положительных или отрицательных) ввиду того, что воздухозаборник заслоняется фюзеляжем и крылом.

Боковым воздухозаборникам свойственно значительно большее разнообразие форм поперечного сечения. В начальный период развития сверхзвуковых самолетов обычно применялись воздухозаборники полуэллиптические, полукруглые или составляющие четверть круга. В последнее время почти повсеместно применяются плоские боковые воздухозаборники прямоугольной формы с закругленными углами. Отказ от полукруглых воздухозаборников объясняется стремлением не искажать профиль корневых частей крыла и плоскую форму несущего фюзеляжа. Размещение воздухозаборников по бокам фюзеляжа позволяет не только значительно укоротить воздушные каналы, но и занять всю носовую часть фюзеляжа оборудованием, в том числе оборудованием радиолокационной станции. Плоские боковые воздухозаборники работают очень эффективно во всем диапазоне эксплуатационных скоростей и углов атаки.

Основными недостатками боковых воздухозаборников являются затенение одного из них фюзеляжем во время выполнения маневров со скольжением при сверхзвуковой скорости полета и влияние на их работу пограничного слоя, который является основным источником неравномерности поля скоростей в воздухозаборнике и воздушном канале. Пограничный слой возникает в результате вязкого трения воздушного потока на обтекаемых поверхностях самолета, причем скорость потока у обшивки резко падает до нуля. При сверхзвуковом обтекании скачки уплотнения, взаимодействуя с пограничным слоем, вызывают местный отрыв потока от обтекаемой поверхности с резким увеличением толщины пограничного слоя l и т.д., где l – толщина пограничного слоя. Толщина пограничного слоя зависит от скорости полета, коэффициента вязкости воздуха, а также от длины обтекаемого участка поверхности. Принимается, что толщина пограничного слоя составляет 1% длины

обтекаемого участка при сверхзвуковой скорости полета и возрастает с уменьшением скорости.

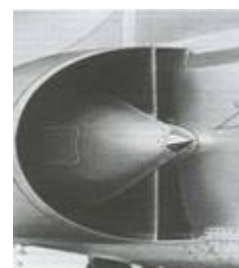
Неравномерность распределения скорости из-за пограничного слоя возрастает так значительно, что, например, в самолете с воздухозаборниками, непосредственно прилегающими к обшивке фюзеляжа, при скорости полета $M = 2,5$ тяга уменьшается на $\sim 45\%$, а удельный расход топлива увеличивается на $\sim 15\%$. На рисунке 1.2 приведены примеры конструкций воздухозаборников.



а



б



в

Рисунок 1.2 – Примеры конструкций воздухозаборников: а-боковой воздухозаборник самолета F-4 (видны подвижная передняя и неподвижная-с системой отвода пограничного слоя-части клина); б-боковой воздухозаборник самолета «Мираж» III (видны щель для отвода пограничного слоя с поверхности фюзеляжа и генератор скачков уплотнения в виде полуконуса); в-подфюзеляжный воздухозаборник самолета F-16.

Такая же проблема существует и для лобовых воздухозаборников, оснащенных конусами или клиньями, а также для воздухозаборников с внутренней или комбинированной компрессией. Помпаж воздухозаборника или двигателя, вызванный отрывом потока, может привести к аварии. Для устранения этого нежелательного и опасного явления применяют устройства для отвода пограничного слоя с поверхности фюзеляжа (крыла) перед боковым, под- или надфюзеляжным воздухозаборником, а также отверстия для отсоса пограничного слоя с поверхности конуса или клина, что способствует безотрывному обтеканию. При этом воздух пограничного слоя отводится во

внешний поток либо используется для охлаждения двигателя. турбореактивный двигатель воздухозаборник генератор

Таким образом, проблема работы воздухозаборника самолета с $M < 1,1-1,2$ весьма сложна, и поэтому входное устройство должно быть спроектировано несколько иначе, чем в дозвуковом самолете.

В диапазоне малых сверхзвуковых скоростей еще применимы нерегулируемые воздухозаборники, выполняемые с заостренными входными кромками, на которых возникает локальный присоединенный прямой скачок уплотнения.

Скорость потока за таким скачком уменьшается до дозвуковой, но она еще так велика, что необходимо дальнейшее замедление потока до значения скорости, требуемого для компрессора. Происходит это в расширяющемся диффузоре. Использование входных острых кромок препятствует возникновению в воздухозаборнике толстого пограничного слоя и последующему отрыву этого слоя, ухудшающему работу двигателя. За локальным присоединенным скачком уплотнения скорость воздуха уменьшается до дозвукового значения так же резко, как и за неприсоединенным головным скачком, однако вследствие его локальности большая часть кинетической энергии переходит в статическое давление (остальная преобразуется в тепловую энергию). Тем не менее с увеличением скорости полета интенсивность скачка и соответственно потери в процессе динамического сжатия возрастают, вследствие чего снижается тяга двигательной установки. Поэтому воздухозаборники такого типа применяются в самолетах с максимальной скоростью, не превосходящей $M = 1,5$. При более высоких скоростях хорошая эффективность динамического сжатия на бегущего потока может быть достигнута только в системе косых скачков уплотнения, для которых характерна меньшая интенсивность, т.е. меньшее падение скорости и меньшие потери давления. Скорость потока за косым скачком еще остается сверхзвуковой, и если она соответствует числу Маха, не превышающему 1,5-1,7, то дальнейшее торможение потока может происходить

в прямом скачке. Потери в таком слабом скачке невелики, а дозвуковая скорость за ним уже приемлема для воздушного канала. Двухскачковый воздухозаборник работает эффективно до скорости полета $M = 2,2$. При дальнейшем увеличении скорости набегающего потока возрастает также число Маха за косым скачком. Если оно превышает 1,5-1,7, то поток воздуха следует дополнительно сжать в еще одном косом скачке, чтобы его скорость перед замыкающим прямым скачком имела приемлемое значение. Воздухозаборник с такой системой скачков называется трехскачковым и может применяться до $M \sim 3$.

Требуемую систему скачков можно создать путем выдвижения из воздухозаборника вперед элемента с острой вершиной (независимо от использованного принципа компрессии) либо путем использования воздухозаборника с острыми входными кромками и соответствующим образом спрофилированного диффузора (во входных устройствах с внутренней или комбинированной компрессией).

Конструктивные элементы внутри воздухозаборника, используемые для создания косых скачков уплотнения, называются генераторами скачков. На практике нашли применение генераторы в форме конусов, полуконусов, четвертьконусов и клиньев. На их вершинах при сверхзвуковом полете образуется присоединенный скачок с углом наклона, зависящим как от угла при вершине тела, так и от числа Маха. Поскольку в косом скачке изменение параметров потока происходит менее резко, чем в прямом, значительно меньше становятся и потери, а тем самым выше создаваемое статическое давление. Статическое давление заторможенного потока тем больше, чем выше скорость полета и число косых скачков уплотнения, в которых происходит преобразование энергии.

На практике используются двух-, трех- и даже четырехскачковые системы. Второй и последующие косые скачки могут создаваться генератором с ломаной образующей или в результате отражения волн возмущения от

внутренних стенок диффузора. Первый способ создания скачков характерен для воздухозаборников с внешней компрессией, а второй-с комбинированной.

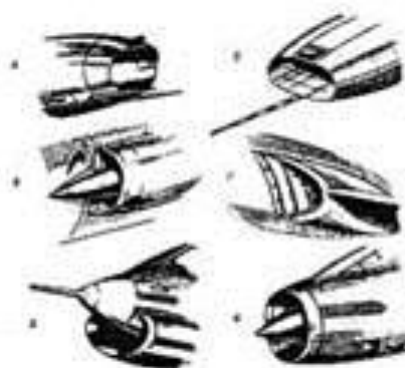


Рисунок 1.3. Воздухозаборники сверхзвуковых самолетов: а -«Сюпер-Мистэр» В.4; б-F-100; в-F-104; г-F.D.1; д-F-8; е-B-58.

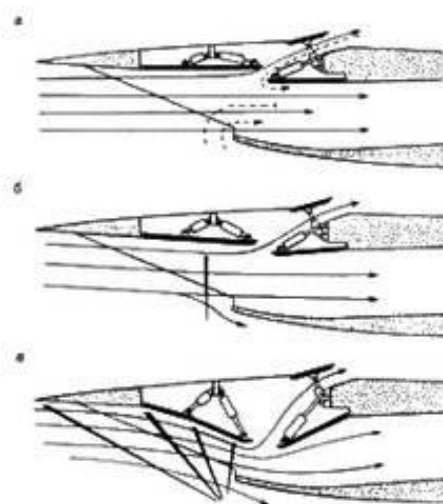


Рисунок 1.4 – Геометрия совкового воздухозаборника самолета F-14 с верхней кромкой, выполняющей роль генератора косых скачков уплотнения в полете с дозвуковой (а), околозвуковой (б) и сверхзвуковой (в) скоростями.

В воздухозаборниках с внутренней компрессией скачки индуцируются внутри неосесимметричного воздушного канала благодаря соответствующему профилю поперечных сечений диффузора.

Описанные выше способы создания скачков уплотнения различаются между собой местом образования скачков относительно плоскости входа в воздухозаборник. Общей чертой их является многоступенчатость процесса

торможения потока, благодаря чему обеспечиваются максимальное использование динамического сжатия, минимальные потери и равномерное распределение скорости.

Представленные примеры геометрии и конструкции воздухозаборников свидетельствуют о возможности индивидуального подхода к задаче проектирования воздухозаборника с учетом изменяющихся условий его работы. Показанные на рисунках 2 и 3 воздухозаборники принципиально различаются по форме и внешнему виду, но они аналогичны по характеру работы при определенной скорости. Разница в деталях обычно связана с принятыми теоретическими предпосылками, результатами экспериментов и вкусами конструкторов.

Из представленного выше следует, что сверхзвуковые воздухозаборники с генератором косых скачков должны профилироваться таким образом, чтобы при расчетной скорости полета первичный скачок касался входной кромки. Такое положение скачка обеспечивает наибольшую эффективность работы входного устройства, поскольку при этом расход воздуха максимален, потери в процессе сжатия и входное сопротивление минимальны, а двигатель работает наиболее устойчиво. Очевидно, что такие условия существуют лишь при определенном числе Маха. Это означает, что данному числу Маха соответствует определенное положение генератора скачков относительно входной кромки воздухозаборника, а на других режимах работы характеристики воздухозаборника ухудшаются. Таким образом, в широком диапазоне сверхзвуковых скоростей набегающего потока удовлетворительные характеристики работы двигателя с нерегулируемым воздухозаборником обеспечить не удастся.

Этот недостаток является следствием несоответствия постоянной геометрии воздухозаборника, рассчитанной для определенных условий течения, оптимальным параметрам внутреннего и внешнего потоков при нерасчетных условиях. Этот недостаток может быть устранен частично или полностью путем изменения геометрии воздухозаборника (входного,

критического и/или выходного сечений) в соответствии с изменяющимися скоростью и высотой полета. Обычно это осуществляется посредством плавного автоматического перемещения регулирующего элемента, что обеспечивает требуемый расход воздуха при малом внешнем сопротивлении в широком диапазоне скоростей полета, соответствие пропускной способности входного устройства производительности компрессора и соответствие системы скачков конфигурации воздухозаборника. Это исключает также возможность возникновения неприсоединенного прямого головного скачка - основной причины неудовлетворительной работы воздухозаборника и воздушного канала в целом.

В заключение следует отметить, что расположение двигателей и воздухозаборников на самолете, как и выбор типа входного устройства, являются предметом комплексных исследований, учитывающих не только требования обеспечения наилучших условий работы двигательной установки, но и характеристики самолета в целом.

2 ТРОЙНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ СКАЧКОВ УПЛОТНЕНИЯ

Тройной конфигурацией скачков уплотнения называется структура газодинамических разрывов в сверхзвуковом потоке, состоящая из трёх скачков ($j_1, i = 1, 2, 3$) и тангенциального разрыва τ , которые имеют общую (тройную) точку Т. Линия тока течения приходит в точку Т и разделяет поток на 2 части. Одна из них проходит систему скачков, а другая – только один (главный) скачок. Тангенциальный же разрыв разделяет потоки за скачками. На рисунке представлены виды тройных конфигураций скачков уплотнения.

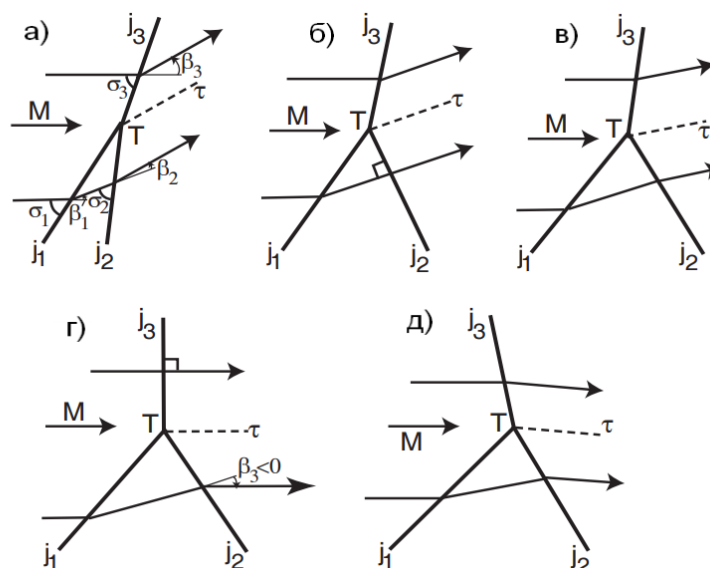


Рисунок 2.1 – Виды тройных конфигураций скачков уплотнения: а) конфигурация третьего типа; б) ТКП-2-3; в) конфигурация второго типа; г) СМК; д) конфигурация первого типа [9]

Течение за скачком j_1 является сверхзвуковым по условию реализации последующего скачка j_2 , который может быть приходящим (рисунок 1 а), так и исходящим (рисунок 1 в-д) из точки Т. При дозвуковом течении за скачками j_2 (Число Маха $M_2 < 1$) или j_3 ($M_2 < 1$) направления этих скачков в окрестности точки Т не позволяет установить, являются они причиной или следствием образования тройной конфигурации.

Для расчёта ТК в потоке с определённым числом Маха М обычно задаются параметры приходящего скачка (например угол σ_1 и интенсивность J_1). Тройная конфигурация определяется с помощью условий динамической совместности на разрыве, состоящих в равенстве статических давлений и сонаправленности потоков, разделённых этим разрывом.

3 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

3.1 СХЕМА ТЕЧЕНИЯ И СООТНОШЕНИЯ НА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ РАЗРЫВАХ

В качестве модельной задачи, характеризующей принцип действия перспективного устройства, рассматривается сверхзвуковое (с числом Маха M невозмущенного потока) течение невязкого совершенного газа с показателем адиабаты γ (для определенности $\gamma=1.4$ во всех последующих примерах расчета) в плоском сужающемся канале между двумя клиньями (рисунок 3.1).

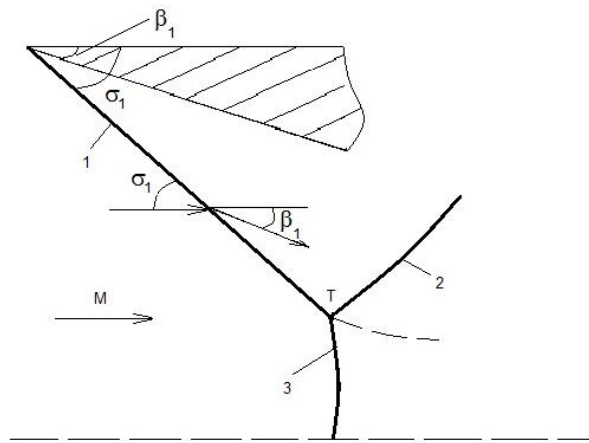


Рисунок 3.1

Интенсивность J_1 падающего косо́го скачка 1, образующегося на входе в канал (отношение статических давлений газа за скачком и перед ним), связана с углом β_1 поворота потока на передней кромке клина:

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \sqrt{\frac{(1+\varepsilon)M^2 - \varepsilon - J_1}{J_1 + \varepsilon}} \cdot \frac{(1-\varepsilon)(J_1 - 1)}{(1+\varepsilon)M^2 - (1-\varepsilon)(J_1 - 1)}, \quad (3.1)$$

где $\varepsilon = (\gamma - 1)/(\gamma + 1)$.

При достаточно большой интенсивности J_1 падающего скачка происходит его нерегулярное (маховское) отражение от плоскости симметрии течения с образованием отраженного скачка 2 (с интенсивностью J_2) и главного (маховского) скачка 3 с интенсивностью J_3 . Интенсивности скачков 1-3

и соответствующие углы β_i ($i=1..3$) поворота потока связаны условиями совместности на тангенциальном разрыве τ , исходящем из их общей (тройной) точки T :

$$J_1 J_2 = J_3, \beta_1 + \beta_2 = \beta_3. \quad (3.2)$$

При этом углы β_2 и β_3 поворота потока на скачках, исходящих из тройной точки, связаны с интенсивностями этих скачков и числами Маха перед ними соотношениями, аналогичными (1). Число Маха m_i за произвольным скачком i определяется интенсивностью J_i этого скачка и числом Маха m_j течения перед ним:

$$M_i = \sqrt{[(J_i + \varepsilon)M_j^2 - (1 - \varepsilon)(J_i^2 - 1)]/[J_i(1 + \varepsilon J_i)]}. \quad (3.3)$$

3.2. ОБЛАСТЬ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПРОСТОГО МАХОВСКОГО ОТРАЖЕНИЯ

Для расчета образующейся ТК (решения системы (3.1- 3.3) соотношений на газодинамических разрывах) при фиксированном значении показателя адиабаты γ необходимо задать число Маха M невозмущенного потока и интенсивность J_1 ветвящегося скачка. Диапазон возможных интенсивностей скачков уплотнения при больших числах Маха неограниченно расширяется. Поэтому ТК традиционно анализируются на плоскости $(M; \sigma_1)$ (см. рис. 1), связанный с его интенсивностью соотношением

$$J_1 = (1 + \varepsilon)M^2 \sin^2 \sigma_1 - \varepsilon. \quad (3.4)$$

Кривая 1 на рисунке 3.2 соответствует вырождению скачка 1 в слабый разрыв ($\sigma_1 = \arcsin(1/M)$, $J_1 \rightarrow 1$) и служит нижней границей области существования ТК. Кривая 2 соответствует критической скорости течения за этим скачком ($M_1 = 1$). Кривая 3 является верхней границей области существования ТК и описывается соотношением

$$M = \sqrt{[A(B - C) - 1 + \varepsilon]/\varepsilon}, \quad A = (1 + \varepsilon J_1)/[(1 + \varepsilon)(J_1(1 - 3\varepsilon) - 4\varepsilon^2)],$$

$$B = J_1(1 - 2\varepsilon - \varepsilon^2) - 2\varepsilon^2, \quad C = 2\varepsilon\sqrt{\varepsilon(1 + \varepsilon J_1)(J_1 + \varepsilon)}, \quad (3.5)$$

начиная с точки F_1 ($M_{F_1} = \sqrt{(2 + 2\sqrt{\varepsilon})/(1 + 2\sqrt{\varepsilon})} = 1.245$) на кривой 1.

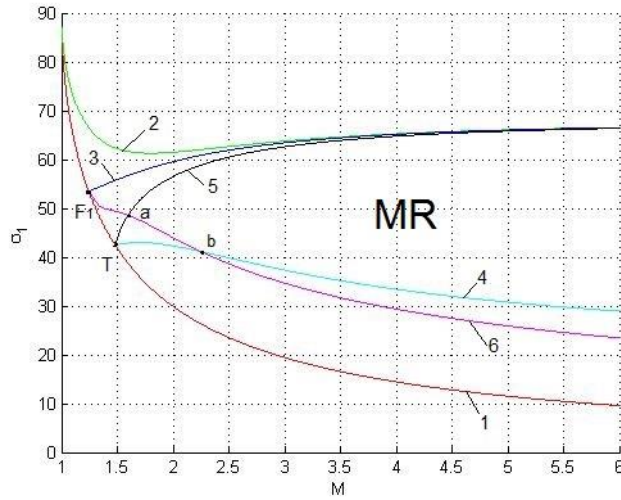


Рисунок 3.2.

В зависимости от направления поворота потока на скачках 1-3, различают конфигурации первого (ТК-1, $\beta_1\beta_2 < 0$, $\beta_1\beta_3 < 0$), второго (ТК-2, $\beta_1\beta_2 < 0$, $\beta_1\beta_3 > 0$) и третьего (ТК-2, $\beta_1\beta_2 > 0$, $\beta_1\beta_3 > 0$) типа. Как правило, ТК-1 и ТК-3 образуются в частных случаях взаимодействия встречных и догоняющих скачков, соответственно, а ТК-2 – при маховском отражении.

Кривая 4 на рисунке 3.2 разделяет области существования ТК-1 и ТК-2. Она соответствует стационарным маховским конфигурациям с прямым главным скачком ($\beta_3 = 0$). Значение $J_1 = J_N(M)$ интенсивности скачка 1, соответствующее кривой 4, определяется из уравнения

$$\sum_{n=0}^3 E_n J_N^n = 0, \\ E_3 = 1 - \varepsilon, \quad E_2 = -[(1 + \varepsilon - \varepsilon^2 + \varepsilon^3)M^2 + (1 - \varepsilon)(1 - \varepsilon + \varepsilon^2)], \\ E_1 = \varepsilon[(1 + \varepsilon)M^2 + 1 - \varepsilon] \cdot [(1 - \varepsilon)M^2 - 2 + \varepsilon], \quad E_0 = (1 - \varepsilon)(M^2 - 1)(1 + \varepsilon)M^2 - \varepsilon. \quad (3.6)$$

Согласно теоретическим и экспериментальным результатам, обобщенным в [16, 17], в установившихся течениях практически не возникает отражения с образованием ТК-1 при $J_1 < J_N(M)$ – так называемого отражения фон Неймана с

главным скачком, выпуклым вверх по потоку. Поэтому, согласно критерию фон Неймана [16-19] перехода от маховского отражения к регулярному, кривая 4 служит нижней границей области существования маховского отражения.

Верхней границей области существования ТК-2 на плоскости $(M; \sigma_1)$ служит кривая 5, соответствующая маховскому отражению с прямым отраженным скачком ($\beta_2 = 0$). Эта конфигурация (ТКП-2-3, [9]) является переходной между ТК-2 и ТК-3. Маховское отражение с образованием ТК-3 (так называемое отражение Гудерлея [16] или Васильева [17]) достаточно редко реализуется на практике (скорее следует ожидать образования запирающего или отошедшего скачка перед входом в сужающийся канал). Поэтому кривая 5, описываемая уравнением

$$M^4 - rM^2 + (J_1 - 1)(J_1 + 2 - \varepsilon)/(1 - \varepsilon) = 0, \\ r = (J_1 - 1)(J_1 + 2 - \varepsilon)/(J_1 + \varepsilon) + (J_1 + \varepsilon)/(1 + \varepsilon) + (1 + \varepsilon J_1)^2 / [(1 - \varepsilon)(J_1 + \varepsilon)^2], \quad (3.7)$$

может служить верхней границей области существования простого маховского отражения.

Кривые 4 и 5 (нижняя и верхняя границы области существования простого маховского отражения) исходят из точки T ($M_T = \sqrt{(2 - \varepsilon)/(1 - \varepsilon)} = 1.483$) на кривой 1. Таким образом, рассматриваемые здесь ТК второго типа существуют только при $M > M_T$.

3.3. ЦЕЛЕВЫЕ ФУНКЦИИ

Различие температуры и полного давления за скачками 2 и 3, разделенными тангенциальным разрывом, описывается функциями

$$I_T = T_3/T_2 = \Theta_3/(\Theta_1\Theta_2) = E_3/(E_1E_2), \\ I_{p_0} = p_{02}/p_{03} = I_1I_2/I_3 = [E_3/(E_1E_2)]^{(1+\varepsilon)/2\varepsilon} \quad (3.8)$$

Здесь $E_i = (1 + \varepsilon J_i)/(J_i + \varepsilon)$ — соотношение плотностей газа перед i -м скачком уплотнения и за ним согласно ударной адиабате Ренкина-Гюгонио,

$\Theta_i = E_i J_i$ – соотношение температур (T), $I_i = (J_i E_i^\gamma)^{(1-\varepsilon)/2\varepsilon}$ – коэффициент восстановления полного давления (p_0).

Различие между параметрами потоков за ТК и невозмущенного течения описывается функциями

$$\begin{aligned} I_{T_3} &= T_3/T = \Theta_3, \quad I_{T_2} = T_2/T = \Theta_1 \Theta_2, \\ I_{p_{03}} &= p_{03}/p_0 = I_3, \quad I_{p_{02}} = p_{02}/p_0 = I_1 I_2. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Таким образом, повышение температуры за скачком 3 и сохранение полного давления за скачком 2 (относительно потока, невозмущенного или противоположащего по отношению к разрыву τ) оценивается путем исследования целевых функций (4-5) в области II между кривыми 4 и 5 на рис. 2.

3.4 КРИТИЧЕСКИ ВАЖНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ТЕЧЕНИЯ ЗА ЭЛЕМЕНТАМИ УДАРНО-ВОЛНОВОЙ СТРУКТУРЫ

Кривая 6 на рис. 2 показывает тройные конфигурации, экстремальные как по соотношению полных давлений, так и по соотношению температур на тангенциальном разрыве при каждом числе Маха невозмущенного потока. При небольших числах Маха ($M > M_{F_1}$) экстремальные ТК относятся к третьему типу и соответствуют частным случаям взаимодействия догоняющих скачков. Начиная с $M = M_a = 1.596$, экстремальные ТК-2 соответствуют маховскому отражению. Наконец, при $M > M_b$, где $M_b = \sqrt{4 - 3\varepsilon + \varepsilon^2} / (1 - \varepsilon) = 2.254$, конфигурации, экстремальные по соотношению температур и давлений торможения, принадлежат к первому типу.

Экстремальные значения функций I_T и I_{p_0} , достигаемые на всём множестве тройных конфигураций, показаны кривыми 1a и 1b на рис. 3. При больших числах Маха эти «оптимальные» значения стремятся к конечным пределам [9]:

$$I_T \rightarrow 1/\varepsilon, \quad I_{p_0} \rightarrow \varepsilon^{\frac{1+\varepsilon}{2\varepsilon}} \quad (3.10)$$

Значения функций I_T и I_{p_0} , достигаемые на нижней границе области существования простого маховского отражения (соответствующие образованию стационарной маховской конфигурации, или критерию «механического равновесия» фон Неймана), показаны на рис. 3 кривыми 2а и 2b. При больших числах Маха отношения параметров течения за стационарной маховской конфигурацией асимптотически стремятся к следующим пределам:

$$I_T \rightarrow \frac{1 + 2\varepsilon - 2\varepsilon^3 + \varepsilon^4 + (1 - \varepsilon)D}{2\varepsilon(2 - \varepsilon)}, \quad I_{p_0} \rightarrow \left[\frac{1 + 2\varepsilon - 2\varepsilon^3 + \varepsilon^4 + (1 - \varepsilon)D}{2\varepsilon(2 - \varepsilon)} \right]^{\frac{1 + \varepsilon}{2\varepsilon}}, \quad (3.11)$$

где $D \rightarrow (1 + \varepsilon)^2 - \varepsilon(1 - \varepsilon)[2(1 - \varepsilon)(2 - \varepsilon) - \varepsilon^3(1 - \varepsilon)]$, которые значительно уступают обозначенным в (6).

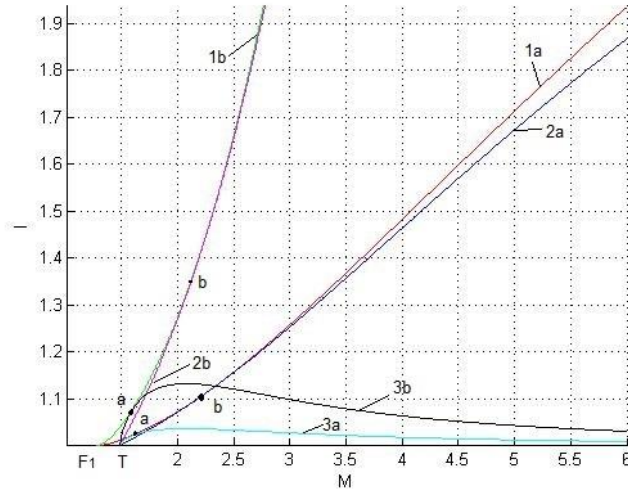


Рисунок 3.3

Однако, как видно из сравнения кривых 1а и 1b, 2а и 2b, при небольших и умеренных числах Маха рассматриваемые отношения параметров, соответствующие стационарным маховским конфигурациям, незначительно отличаются от «оптимальных».

Кривые 3а и 3b соответствуют соотношениям температур и полных давлений за переходной конфигурацией ТКП-2-3, то есть на верхней границе области существования простого маховского отражения. Показанные значения совпадают с «оптимальными» лишь при $M = M_a$, а при умеренных и больших

числах Маха значительно им уступают. Как показано в [9], эти значения асимптотически стремятся к единице при $M \rightarrow \infty$.

Соотношения (5) параметров течения за отдельными элементами тройных конфигураций маховского отражения и в невозмущенном потоке требуют проведения дополнительных исследований.

3.5 МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Система уравнений газовой динамики представляет собой уравнения Навье-Стокса (RANS) в консервативной форме:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau_m + \tau_t) + \rho \vec{g} + \vec{F}, \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot (\vec{v}(\rho E + p)) = \nabla \cdot \left(k_{eff} \nabla T - \sum_j h_j \vec{J}_j + ((\tau_m + \tau_t) \cdot \vec{v}) \right) + S_h \quad (3.14)$$

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (3.15)$$

где $\rho \vec{g}$ – гравитационная сила, \vec{F} – внешние силы, $k_{eff} = k + k_t$ – эффективный коэффициент теплоотдачи, \vec{J}_j – диффузионный член, S_h – источниковый член энергии.

Уравнение энергии (1.3), решаемое при использовании модели горения с предварительно не перемешанными горючим и окислителем в условии неадиабатичности течения, заменяется уравнением относительно полной энтальпии H :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho H) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} H) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_t} \nabla H \right) + S_h, \quad (3.16)$$

где $H = E + p/\rho$ – удельная полная энтальпия, $E = e + \frac{|\vec{u}|^2}{2}$ – удельная полная энергия газа, e – удельная внутренняя энергия газа, μ_t – турбулентная вязкость, $\sigma_t = 0.85$.

Уравнения модели турбулентности $k - \varepsilon$ Standart имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k \bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k \bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \end{cases} \quad (3.17)$$

В данной системе уравнений G_k представляет турбулентную кинетическую энергию, образованную от средних градиентов скорости.

Y_M – вклад переменного расширения турбулентности сжатия в общую скорость диссипации. Данную величину использовать при большом числе Маха, обязательно учитывается при моделировании сжимаемого идеального газа.

Компоненты определены из экспериментов и имеют следующие значения: $C_{2\varepsilon} = 1.92$, $C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 1.44$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$, $C_{1\varepsilon} = 1.3$.

4 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ В ANSYS FLUENT И РЕЗУЛЬТАТЫ

В курсовом проекте решена стационарная плоская задача в двумерной постановке. В задаче используется модель идеального газа – воздух.

В программе ICEM CFD смоделирован воздухозаборник. Чтобы получить нужное течение на входе, задавались следующие параметры невозмущенного потока и обтекаемого тела: угол при вершине клина $\beta_1 = 31^\circ$ и $M = 5,23$. Критерию фон Неймана перехода от маховского отражения к регулярному при данных параметрах течения соответствуют значения $\sigma_N = 30,31^\circ$, $\beta_1 = 20,82^\circ$, $J_N = 7,963$. В данной задаче при расчётах $\sigma_1 = 47^\circ$, $J_1 = 16,89$, что соответствует реализации маховского отражения с достаточно большой высотой главного скачка.

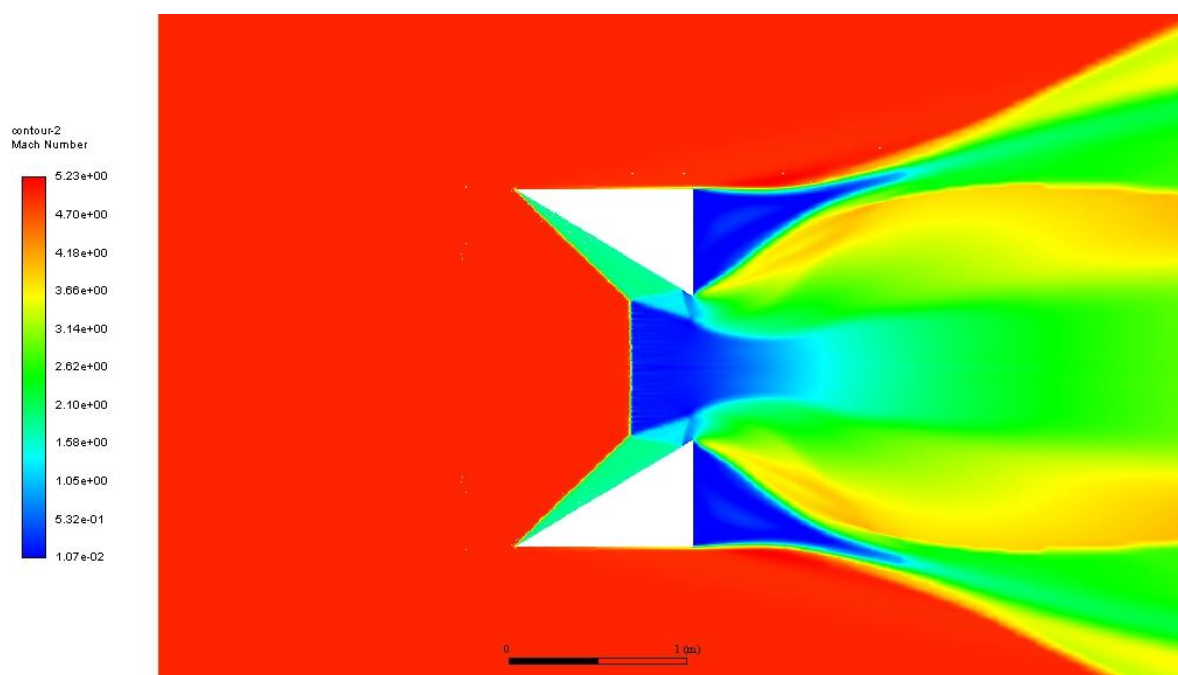


Рисунок 4.1 – Распределение чисел Маха

На рисунке 4.1 показано распределение чисел Маха, полученное вычислительным путём.

Образовавшаяся маховская ножка (главный, или маховский скачок уплотнения) занимает примерно половину входного сечения. Если усечь клин,

то отражённый скачок пройдёт мимо кромки. Также можно заметить, что течение за маховским скачком напоминает квазиодномерное течение по соплу Лаваля с переходом от дозвукового течения к сверхзвуковому. По этой причине это течение в зарубежной литературе нередко называют «виртуальным соплом» (“virtual nozzle”).

Поворот тангенциального разрыва происходит под влиянием волны разрежения, падающей с задней кромки клина. На рисунке 4.2 показано распределение температуры.

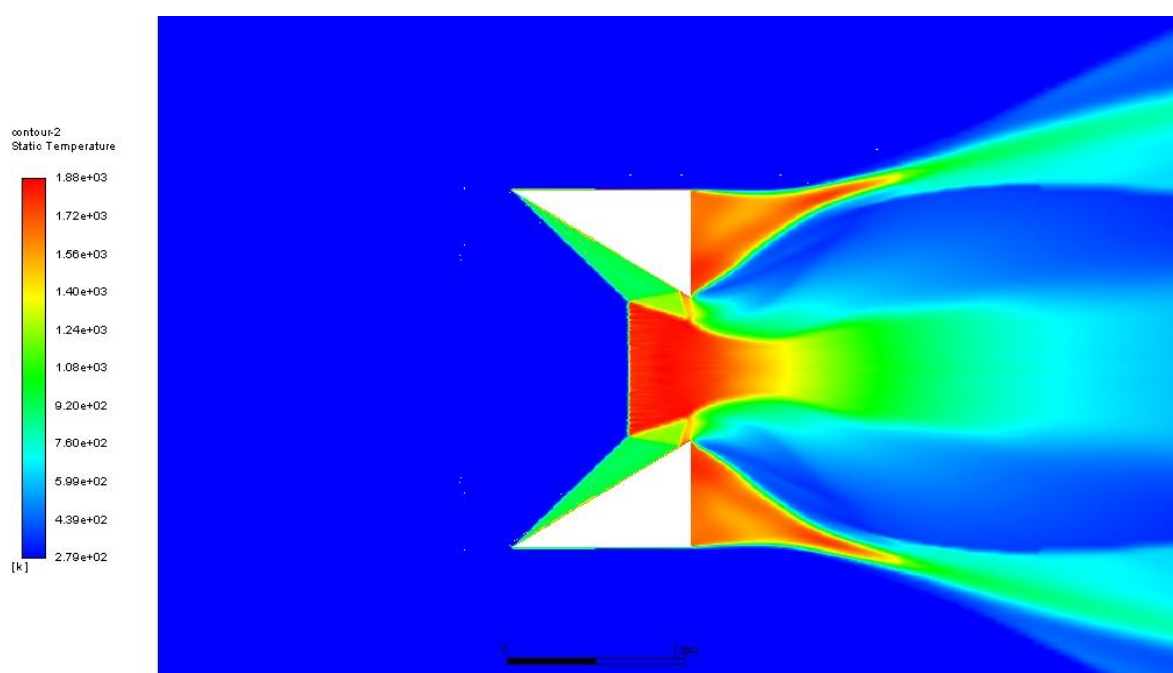


Рисунок 4.2 – Распределение температуры

За маховским скачком температура увеличивается до 1900 К, что создаёт хорошие условия для зажигания или детонации топливно-воздушной смеси, проходящей через этот скачок, по сравнению с потоком, преодолевающим систему из падающего и отраженного косых скачков уплотнения, где температура газа заметно меньше. Таким образом, поток в этой части воздухозаборника может быть задействован в детонационном двигателе.

На рисунке 4.3 показано распределение полного давления газа. Из приведенной диаграммы очевидно, что течение за отраженным косым скачком

имеет давление торможения, в несколько раз большее, чем течения за «маховой ножкой».

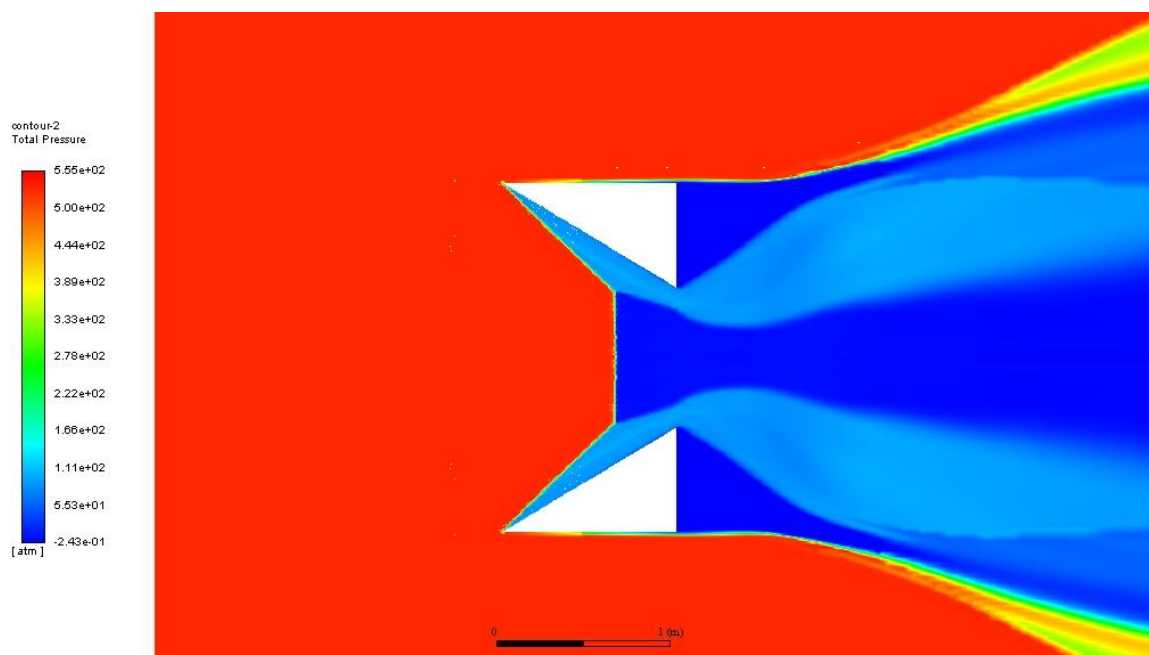


Рисунок 4.3 – Распределение полного давления

Течение в этом случае со значительно большей эффективностью может быть использовано в камере сгорания «классического» прямоточного воздушно-реактивного двигателя.

. На рисунке 4.4 показано распределение статического давления

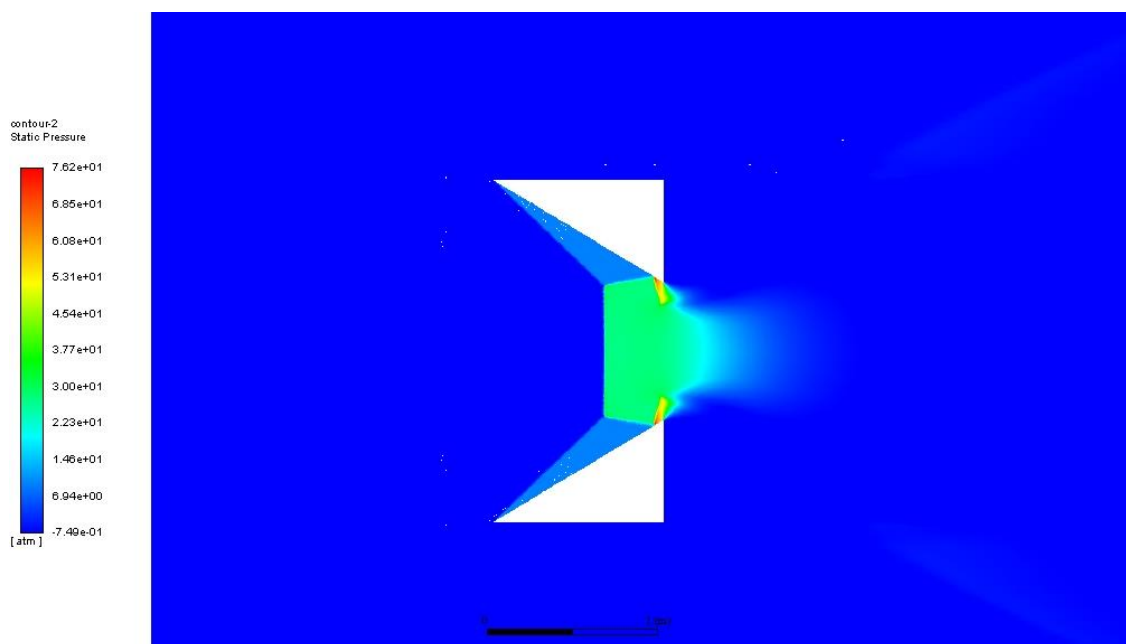


Рисунок 4.4 – Распределение статического давления

Распределение статического давления газа во многом подобно распределению температуры, с той разницей, что тангенциальный разрыв, исходящий из тройной точки на рисунке 4.4 не виден ввиду равенства давлений на его сторонах, составляющего одно из условий совместности на тангенциальных разрывах.

На рисунке 4.5 показано распределение скорости потока газа.

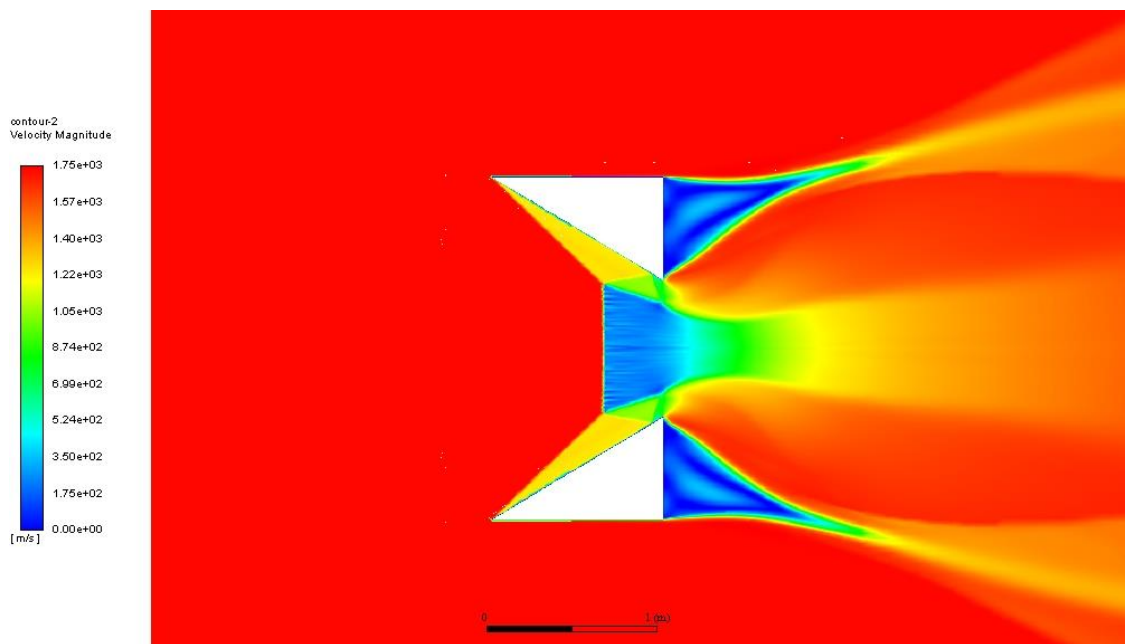


Рисунок 4.5 – Распределение скорости

Поле скорости потока во многом напоминает поле чисел Маха, с явно выделенной структурой скачков уплотнения, волн разрежения и тангенциальных разрывов в поле течения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Соотношения температур и полных давлений потоков за тройной точкой маховского отражения могут достигать весьма высоких значений. По этой причине применение высокотемпературного потока топливно-воздушной смеси за главным (маховским) скачком в детонационном цикле, а высоконапорного (обладающего большим давлением торможения) потока за системой косых скачков уплотнения – в камере сгорания обычного воздушно-реактивного двигателя представляется теоретически оправданным.

Для практической реализации предлагаемого смешанного (гибридного) двигателя необходимо разделение потоков за образующимися тройными точками маховского отражения, а, следовательно, разработка эффективного алгоритма определения положения таких точек. Для этого могут быть адаптированы методы анализа ударно-волновой структуры сверхзвуковых потоков в перерасширенных струях и сужающихся каналах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dunlap R., Brehm R.L., Nichols J.A. A Preliminary Study of the Application of Steady-State Detonative Combustion to a Reaction Engine // Journal of Jet Propulsion. 1958. Vol. 28. No. 7. Pp. 451-456.
2. Cambier J.L., Adelman H., Menees G.P. Numerical simulations of an oblique detonation wave engine // Journal of Propulsion and Power. 1990. Vol. 6. No. 3. Pp. 315-323.
3. Choi J.Y., Jeung I.S., Yoon Y. Numerical Study of Scram Accelerator Starting Characteristics // AIAA Journal. 1998. Vol. 36. No. 6. Pp. 1029-1038.
4. Булат П.В., Денисенко П.В., Волков К.Н. Тенденции разработки детонационных двигателей для высокоскоростных воздушно-космических летательных аппаратов и проблема тройных конфигураций ударных волн. Часть I. Исследования детонационных двигателей // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 1. С. 1-21.
5. Булат П.В., Денисенко П.В. Тенденции разработки детонационных двигателей для высокоскоростных воздушно-космических летательных аппаратов и проблема тройных конфигураций ударных волн. Часть II. Исследования встречных ударных волн и тройных ударно-волновых конфигураций // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 2. С. 199-223.
6. Oswatitsch K. Gas Dynamics. New York: Academic Press, 1956. 610 p.
7. Герман Р. Сверхзвуковые входные диффузоры. М.: Физматгиз, 1960. 290 с.
8. Петров Г.И. Аэромеханика больших скоростей и космические исследования: избранные труды. М.: Наука, 1992. 306 с.
9. Усков В.Н., Чернышов М.В. Особые и экстремальные тройные конфигурации скачков уплотнения // Прикладная механика и техническая физика. 2006. Т. 47. № 4. С. 39-53.

10. Капралова А.С., Чернышов М.В. Тройные конфигурации догоняющих скачков уплотнения в условиях неоднозначности решения // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». 2017. № 4. С. 46-52.
11. Омельченко А.В., Усков В.Н. Оптимальные ударно-волновые системы // Известия РАН. Сер. Механика жидкости и газа. 1995. № 6. С. 118-126.
12. Омельченко А.В., Усков В.Н. Оптимальные ударно-волновые системы при ограничениях на суммарный угол поворота потока // Известия РАН. Сер. Механика жидкости и газа. 1996. № 4. С. 142-150.
13. Омельченко А.В., Усков В.Н. Экстремальная система «волна разрежения – скачок уплотнения» в стационарном потоке газа // Прикладная механика и техническая физика. 1997. Т. 38. № 3. С. 59-68.
14. Омельченко А.В., Усков В.Н. Оптимальные догоняющие скачки уплотнения с ограничениями на суммарный угол поворота потока // Прикладная механика и техническая физика. 1999. Т. 40. № 4. С. 99-108.
15. Усков В.Н., Чернышов М.В. Экстремальные ударно-волновые системы в задачах внешней аэродинамики // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21. № 1. С. 15-31.
16. Ben-Dor G. Shock Wave Reflection Phenomena. Berlin – Heidelberg – NewYork: Springer, 2007. 342 p.
17. Васильев Е.И., Крайко А.Н. Численное моделирование дифракции слабых скачков на клине в условиях парадокса Неймана // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1999. Т. 39. № 8. С. 1393-1404.
18. Адрианов А.Л., Старых А.Л., Усков В.Н. Интерференция стационарных газодинамических разрывов. Новосибирск: Наука, 1995. 180 с.
19. Hornung H.G. Regular and Mach reflection of shock waves // Annual Review of Fluid Mechanics. 1986. Vol. 18. Pp. 33-58.
20. Омельченко А.В., Усков В.Н., Чернышов М.В. Об одной приближенной аналитической модели течения в первой бочке

перерасширенной струи // Письма в Журнал технической физики. 2003. Т. 29. Вып. 6. С. 56-62.

21. Chanetz B., Chernyshev M.V., Durand A., Ivanov M.S., Khotyanovsky D.V., Kudryavtsev A.N., Omelchenko A.V., Uskov V.N. Analytical, numerical, and experimental investigation of shock wave reflection transition induced by variation of distance between wedges // Proceedings of West East High Speed Flow Fields 2002 Conference (Marseille, France, April 22-26, 2002). Barcelona, Spain: CIMNE, 2003. Pp. 274-281.

22. http://www.razlib.ru/tehnicheskije_nauki/sverhzhukovye_samolety/p26.php,
дата посещения 20.11.2018